Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ
10-11 класс
29 июля 2022 года
Вариант №4
(профильный уровень)

Выполнена: ФИО_____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение тренировочной работы по математике даётся 235 минут. Работа включает в себя 18 заданий и состоит из двух частей.

Ответом в заданиях части 1 (1–11) является целое число или десятичная дробь. Запишите ответ в отведённом для него месте на листе с заданиями.

В заданиях части 2 (12–18) требуется записать полное решение на отдельном чистом листе.

При выполнении работы нельзя пользоваться учебниками, рабочими тетрадями, справочниками, калькулятором.

При необходимости можно пользоваться черновиком. Записи в черновике проверяться и оцениваться не будут.

Выполнять задания можно в любом порядке, главное — правильно решить как можно больше заданий. Советуем Вам для экономии времени пропускать задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходить к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, можно будет вернуться к пропущенным заданиям.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$sin^2\alpha + cos^2\alpha = 1$$

$$sin2\alpha = 2sin\alpha cos\alpha$$

$$cos2\alpha = cos^2\alpha - sin^2\alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = sin\alpha cos\beta + cos\alpha sin\beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = cos\alpha cos\beta - sin\alpha sin\beta$$

Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–11 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

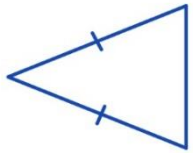
1 Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{6}\right)^{x+5} = 6^x$.

Ответ: _____.

2 В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 7 очков. Ответ округлите до сотых.

Ответ: _____.

3 Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника, равен 30°. Боковая сторона треугольника равна 42. Найдите площадь этого треугольника.



Ответ: _____.

4 Найдите значение выражения $(9a^2 - 49) \cdot \left(\frac{1}{3a-7} - \frac{1}{3a+7}\right) + 14 - a$ при $a = 143$.

Ответ: _____.

5 Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки $A, B, D, E, A_1, B_1, D_1, E_1$ правильной шестиугольной призмы $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ (см. рис. 1). Площадь основания призмы равна 15, а боковое ребро равно 4.

Ответ: _____.

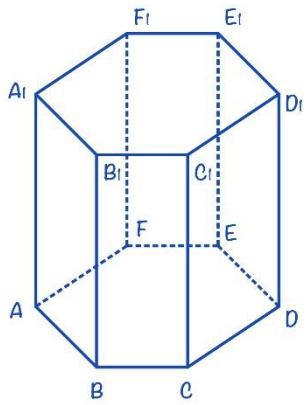


Рис. 1

6 Прямая $y = -x + 10$ параллельна касательной к графику функции $y = 2x^2 + 3x - 9$. Найдите абсциссу точки касания.

Ответ: _____.

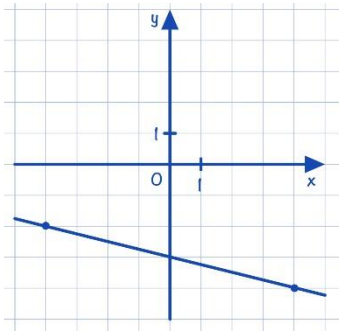
7 Зависимость объема спроса q (единиц в месяц) на продукцию предприятия-монополиста от цены p (тыс. руб. за ед.) задается формулой $q = 80 - 5p$, выручка предприятия r (в тыс. руб. за месяц) вычисляется по формуле $r(p) = q \cdot p$. Определите наибольшую цену p, при которой месячная выручка $r(p)$ составит не менее 195 тыс. руб. Ответ дайте в тыс. руб. за единицу продукции.

Ответ: _____.

8 Первые 10 км лошадь бежала со скоростью 20 км/ч, следующие 9 км – со скоростью 6 км/ч, а затем 18 км – со скоростью 9 км/ч. Найдите среднюю скорость лошади на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

9 На рисунке изображен график функции вида $y = kx + b$. Найдите $y(-14)$.



Ответ: _____.

10 Валентин подбросил игральную кость 2 раза. Известно, что в сумме выпало восемь очков. Какова вероятность события «при втором броске выпало шесть очков»?

Ответ: _____.

11 Найдите наименьшее значение функции $y = x^3 - 48x$ на отрезке $[0; 6]$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12 а) Решите уравнение $4sin^3x + sinx + 4cos^2x = 4$.

б) Найдите все корни данного уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$.

13 В основании пирамиды $SABC$ лежит прямоугольный треугольник ABC с гипотенузой AB. Проекцией точки S на плоскость ABC является точка O – середина отрезка AB.

а) Докажите, $AS = CS$.
б) Найдите угол между плоскостями ABC и SAC, если $AB = 13$, $AC = 5$, $SO = 24$.

14 Решите неравенство $(4^x - 6 \cdot 2^x)^2 - 15(4^x - 6 \cdot 2^x) - 16 \leq 0$.

15 Мария и Анна открыли вклады одинакового размера в одном из банков на четыре года. Ежегодно в течение первых трёх лет банк увеличивал каждый вклад на 12%, а в конце четвёртого года - на 18% по сравнению с его размером в начале года. Кроме этого, в начале третьего и четвёртого годов Мария ежегодно пополняла вклад на x тысяч рублей, где x — натуральное число. Анна пополнила свой вклад только в начале третьего года, но на сумму $2x$ тысяч рублей. Найдите наименьшее значение x, при котором через четыре года на счету у Анны стало на целое число тысяч рублей больше, чем у Марии.

16 В квадрате $ABCD$ взята точка M так, что $MD = MC$, $\angle MCD = 15°$.
а) Докажите, что $AM = MB = AB$.
б) Найдите площадь треугольника MCD, если сторона квадрата равна 9.

17 Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система $\begin{cases} y^2 = (5+x)(5-x) \\ |y+1| = a - |x-3| \end{cases}$ имеет ровно три решения.

18 Администраторы сайта «Математически головоломки и задачи» проводят конкурс на лучшую авторскую задачу. Условия таковы: участники анонимно присылают каждый свою задачу. После публикации задач все участники дают оценку каждой задаче, кроме своей. В конкурсе принимают участие 5 человек. Каждый участник за лучшую (по его мнению) задачу дает 5 баллов, за следующую - 4 балла и так далее, за четвертую – 2 балла. По каждой задаче баллы суммируются, так определяется рейтинг задачи.

а) Могли ли все рейтинги быть простыми числами?
б) Могла ли сумма двух наибольших рейтингов быть равна сумме всех остальных?
в) Какова минимальная сумма третьего и четвертого по величине рейтингов, если они расположены не в порядке невозрастания?